Stabilité

La stabilité de la balle sur sa trajectoire

En feuilletant mes archives, j'ai retrouvé un article paru en 1995 dans la revue étasunienne **Handloader** sous la signature de **Philip Mannes**. Il est relativement technique, mais comporte certaines simplifications et de ce fait n'atteint pas le degré de complexité que nécessiterait une étude vraiment exhaustive du sujet, ce qui le rend plus abordable.

Je l'ai trouvé intéressant et j'ai pensé que sa traduction vous intéresserait également. Je me suis permis de rajouter quelques explications complémentaires pour faciliter la lecture et j'ai converti les unités en métrique le plus souvent possible. **Jean-Pierre Beurtheret**

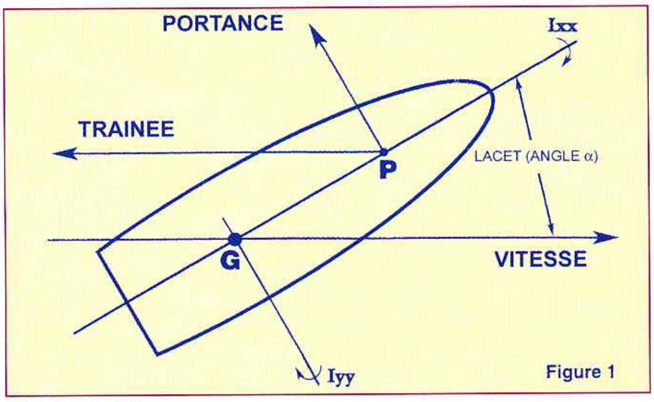
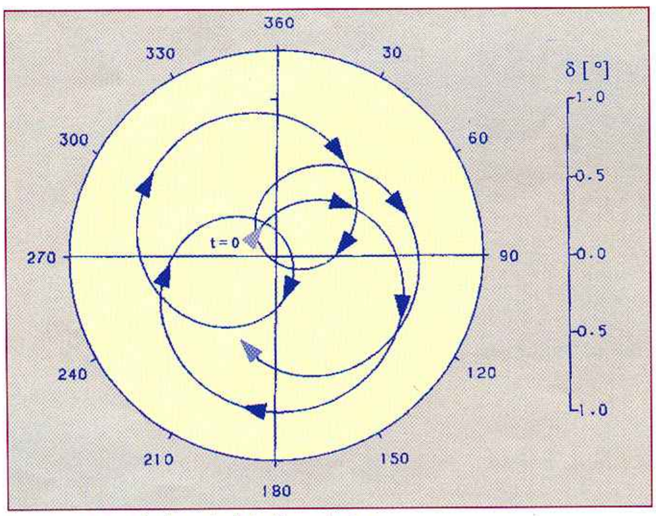


Schéma général



Le mouvement de lacet de la balle vu de face

Cette figure visualise le mouvement angulaire général d'une balle stabilisée par rotation à la sortie de la bouche du canon. Imaginez que le centre de gravité de la balle occupe une position fixe au centre du système de coordonnées (centre de la croix) et que la balle se dirige vers l'œil de l'observateur. Alors, la pointe de la balle suit un chemin hélicoïdal (comme matérialisé par lacourbe) dans la direction des flèches. À la sortie du canon (t=0) l'angle de lacet peut être petit, mais il augmente jusqu'à un maximum d'environ 1°, puis il diminue de nouveau jusqu'à une valeur proche de zéro et ainsi de suite. Noter que l'angle maximum de lacet diminue au fur et à mesure que la balle progresse. Il peut cependant arriver que cet angle augmente pour des raisons trop complexes à expliquer ici et que le projectile devienne instable. Ce schéma est tiré du site internet **http://www.nennstiel-ruprecht.de/** *qui est un excellent site traitant de balistique (en anglais).*

L'article de Mannes :

Intuitivement, le concept de stabilité d'un projectile sur sa trajectoire se résume au fait qu'il garde sa pointe plus ou moins dirigée vers l'avant et ne bascule pas cul par-dessus tête pendant son trajet vers la cible. Pour les projectiles d'armes légères une vitesse de rotation minimale est nécessaire pour éviter le basculement car le centre de poussée P est situé devant le centre de gravité G (figure 1). Cette vitesse de rotation est générée par le pas des rayures. Ce qui suit est une discussion relativement détaillée sur le rapport existant entre la stabilité d'un projectile et sa vitesse de rotation, sa géométrie, son poids, sa vitesse, son orientation et les propriétés atmosphériques (température, pression, hygrométrie, etc).

Une des premières tentatives pour calculer le pas de rayures nécessaire à la stabilisation d'un projectile oblong fut effectuée par Alfred Greenhill, un mathématicien anglais, vers 1879. Il exprima le pas requis en calibres (diamètre au plat des rayures). Bien que la formule ne fournisse pas vraiment d'explications quant aux principes de base, elle était simple à utiliser et fonctionnait bien. Si l'on reformule le principe de Greenhill en termes de pas de rayures, cela donne la formule empirique suivante pour une balle de plomb :

$$P = \frac{150 * d^2}{l}$$

où :

- P est le pas de rayures en unités par tour.
- l est la longueur de la balle
- d est le diamètre de la balle.

Toutes ces valeurs doivent être exprimées **dans la même unité.** Notez que le pas correspond à la distance que la balle parcourrait au cours d'une révolution (un tour sur elle-même).

Un pas de 6 pouces au tour (1 pouce = 25,4 mm) ferait tourner une même balle sur elle-même deux fois plus vite qu'un pas de 12 pouces au tour, bien qu'ayant une valeur numérique moindre.

Cette formule pour balles de plomb donne des résultats virtuellement identiques avec les valeurs de pas habituellement utilisés de nos jours.

Exemple :

Soit une balle de 220 grains, d'environ 1,35" (1,35 pouce soit 34,29 mm) de long dans un canon de calibre 0,30" (7,62 mm) :

$$P = \frac{150 * (0,3)^2}{1,35} = 10\text{" par tour.}$$

En métrique :

$$P = \frac{150 * (7,62)^2}{34,29} = 254 \text{ mm (10") par tour.}$$

Les militaires US choisirent un pas de 10" pour cette balle dans le fusil Krag Jorgensen en calibre 30-40 à la fin du XIXème siècle. Ce pas, qui s'est avéré être plus que suffisant pour la balle à tête ronde concernée, aurait probablement été tout à fait adapté pour une balle à tête ogivale du même calibre, plus longue, éventuellement tirée dans une atmosphère plus froide ou plus dense.

La conclusion importante que l'on puisse tirer de la formule de Greenhill est que le pas requis pour stabiliser un projectile augmente avec le carré du diamètre de la balle et diminue en fonction de la longueur de la balle. En d'autres termes, une balle plus longue (à calibre égal) ou d'un diamètre inférieur (à longueur égale) est moins stable qu'une balle plus courte ou d'un diamètre supérieur. Pour augmenter la stabilité de la balle longue ou de diamètre inférieur, on la fait tourner plus vite en diminuant le pas des rayures.

Supposons par exemple qu'un pas de 12" au tour est juste ce qu'il faut pour stabiliser une balle de 200 grains, de calibre 0,30" à tête ronde. Porter le poids de cette balle à 300 grains augmentera sa longueur d'environ 50 % et diminuera sa stabilité d'environ deux fois plus.

Le pas requis pour stabiliser la balle de 300 grains serait approximativement de : **12 x (200/300) = 8" au tour.**

Pour illustrer comment, pour un niveau de stabilité donné, la variation du diamètre de la balle joue sur le pas requis, prenons une balle de diamètre 0,30" de un pouce de long, stabilisée par un pas de 10" au tour. Si une balle de même longueur mais de calibre 0,45" est utilisée, quel pas serait nécessaire pour avoir une stabilité identique ? Il est calculé comme suit :

$$P = \frac{10 * (0{,}45)^2}{(0{,}30)^2}$$

P = 22,5" par tour, soit plus de deux fois moins rapide que le pas de 10" au tour nécessaire à stabiliser la balle de diamètre 0,30".

Bien que pratique et utile, la formule de Greenhill est rarement utilisée sous sa forme d'origine. Par le biais d'une compréhension plus moderne de la dynamique et de l'aérodynamique des corps rigides, une formulation différente pour la stabilité a été élaborée, habituellement appelée Facteur de Stabilité (FS) :

$$FS = \frac{(Ixx)^2 * \varpi^2}{4 * Iyy * MF}$$

où :

- Ixx (voir figure 1) est le moment d'inertie du projectile, défini en passant par son centre de gravité et en suivant son **axe de rotation**. Ixx est habituellement mesuré en suspendant le projectile à un fil fin, à la manière d'un pendule de torsion et en chronométrant sa période d'oscillation en torsion.
- Iyy (voir figure 1) est le moment d'inertie du projectile, défini en passant par son centre de gravité et en suivant son **axe transversal**. Iyy est mesuré de la même façon que Ixx à la position du fil près (perpendiculaire à l'axe de rotation).
- ϖ (oméga) est la vitesse de rotation du projectile exprimée en radians par seconde (vitesse angulaire soit l'ouverture de l'angle parcouru par unité de temps). Le choix des radians au lieu des degrés n'est pas arbitraire mais nécessaire pour des raisons matérielles. Un radian = 57,3° vu qu'il y a par définition 2π (2 pi) radians (360°) dans un cercle.
- MF est le moment des forces résultant à la fois de la portance aérodynamique et de la traînée agissant au travers du centre de poussée du projectile. Le centre de poussée est par définition l'endroit sur l'axe de rotation sur lequel la somme de toutes les forces aérodynamiques s'applique.

Le projectile est dit instable si FS est inférieur à 1, stable pour FS compris entre 1 et 2,5 et "surstabilisé" pour FS supérieur à 2,5. Le terme "surstabilisé" signifie que la position du projectile reste invariable tout le long de la trajectoire. Si, par exemple, un obusier tire un projectile surstabilisé, celui-ci atterrira sur sa base et non sur sa pointe et il n'explosera pas.

Ixx et Iyy sont tous deux des propriétés relatives à la masse du projectile et, en tant que telles, sont des constantes pour un projectile donné. La vitesse de rotation, ϖ, est simplement le quotient de la vitesse à la bouche par le pas, multiplié par 2π, soit :

$$\varpi = \frac{2\pi * V}{P}$$

où :

- V est la vitesse à la bouche.
- P est le pas des rayures en unités par tour.

Comme il a été dit plus haut, 2π est nécessaire car ϖ est exprimé en radians par seconde et qu'il y a 2π radians dans un tour. Le terme posant des difficultés à évaluer est le moment des forces, MF.

En se référant à la figure 1, on obtient MF de la façon suivante :

- GP est la distance entre le centre de gravité G du projectile et son centre de poussée P, en pouces.
- D est la traînée aérodynamique en livres.
- L est la portance aérodynamique en livres.
- α (alpha) est l'angle entre l'axe longitudinal du projectile (axe de rotation) et le vecteur de vitesse; il est dû au mouvement de lacet de la balle.

Faisons la somme des moments autour du centre de gravité :

$\Sigma M = GP((L * \cos\alpha) + (D * \sin\alpha))$

Le moment des forces est défini comme étant :

$MF = \Sigma M / \sin\alpha$

La cotangente d'un angle étant égale au quotient de son cosinus sur son sinus, on obtient en simplifiant :

$MF = GP\,(D + (L * \mathrm{cotg}\,\alpha))$

Pour estimer MF, on doit connaître l'angle α, qui influe aussi bien sur la traînée que sur la portance, ainsi que la position du centre de poussée.

Les interactions entre α, D, L et GP vont bien au-delà du propos de cet article et n'intéressent que le balisticien confirmé. Pour ceux possédant une curiosité mathématique au-dessus de la moyenne, une liste bibliographique figure en fin d'article. Au lieu de quoi nous allons limiter le problème à ses paramètres fondamentaux en supposant qu'une balle est un simple cylindre affecté d'un petit angle de lacet, α, et nous allons déterminer la forme la plus simple que le facteur de stabilité peut prendre.

Pour un cylindre de poids W, de longueur l, de diamètre d et de densité γb (gamma b).

$$W = \frac{\pi * d^2 * l\gamma b}{4}$$

Je rappelle que la formule de l'aire (surface) du cercle est $\pi d^2 / 4$, d étant le diamètre. En multipliant cette valeur par la longueur du cylindre on obtient son volume, qui, multiplié par la densité du matériau dont il est composé donne son poids. Le choix de l'unité de longueur détermine l'unité de poids résultante :

- Longueurs en millimètres : poids en milligrammes.
- Longueurs en centimètres : poids en grammes.
- Longueurs en mètres : poids en tonnes.

Dans la formule équivalente ci-dessous, r est le rayon.

$$Ixx = \frac{W * d^2}{8 * G}$$ **La balle est assimilée à une barre homogène.**

Formule équivalente $\frac{W * r^2}{2 * G}$

$$IYY = \frac{W * l^2}{12 * G}$$ **La balle est assimilée à une barre homogène.**

$$\text{Traînée, } D = \frac{Cd * A * \gamma a * V^2}{2 * G}$$

$$\text{Portance, } L = \frac{CL * A * \gamma a * V^2}{2 * G}$$

où :

- Cd et CL sont respectivement les coefficients de traînée et de portance.
- γa (gamma a) est la densité de l'air en livres par pouces cubiques.
- G est l'accélération de la pesanteur en pouces par seconde au carré.
- V est la vitesse du projectile en pouces par seconde.
- A est la section du maître couple de la balle vu depuis le vecteur vitesse. L'angle a étant petit on peut admettre de prendre comme valeur la section maximale du projectile ($\pi d^2 / 4$), la valeur réelle étant légèrement supérieure, l'axe de rotation de la balle ne se confondant pas avec le vecteur vitesse.

On peut bien sûr, et c'est plus simple, faire les calculs en mesures du système métrique (kilogrammes, mètres, secondes).

Comme nous admettons que l'angle a est petit et que la vitesse est relativement constante, nous pouvons également admettre que la distance entre le centre de gravité et le centre de poussée est constante et est une fraction, "K", de la longueur de la balle, "l". C'est à dire : GP=K* l.

En substituant tout ce qui vient d'être mentionné dans l'équation de FS mentionnée plus haut et en supprimant les termes identiques, on obtient :

$$FS = \frac{3 * \pi^2 * \gamma b * d^4}{8 * \gamma a * P^2 * K * l^2 ((CL * \operatorname{cotg} \alpha) + Cd)}$$

On reformule l'équation pour exprimer le pas requis P pour un facteur de stabilité FS spécifique :

$$P = \left[\frac{3 * \pi^2}{8 * FS * K ((CL * \operatorname{cotg} \alpha) + Cd)}\right]^{1/2} \left[\frac{\gamma b}{\gamma a}\right]^{1/2} \left[\frac{d^2}{l}\right]$$

Cette formule a la même forme que la formule de Greenhill et exprime la même relation entre le pas, le diamètre et la longueur. Le premier terme, qui est compliqué et implique les coefficients de portance et de traînée, peut se ramener à une constante pour les angles de lacet a faibles. Le second terme est relatif aux densités de la balle et de l'air et il peut aussi être ramené à une constante dans le cadre d'une situation donnée. L'équation, pour le cas usuel d'un projectile de plomb dans l'air se réduit ainsi à la formule de Greenhill, à savoir le produit d'une constante et du diamètre au carré de la balle, divisé par la longueur de la balle.

Des projectiles modernes ont été fabriqués en plomb, zinc, laiton, bronze, aluminium, acier, carbures métalliques et même uranium. Pour une balle de même stabilité et profil mais fabriquée en différents matériaux, le pas requis est proportionnel à la racine carrée de la densité du matériau utilisé. Le facteur de correction permettant de calculer le pas adapté (pour un autre matériau que le plomb) est le quotient de la racine carrée de la densité du matériau utilisé par la racine carrée de la densité du plomb. Par exemple pour l'aluminium (Table I) : la racine carrée de 2,7 est 1,643 et la racine carrée de 11,35 (plomb) est 3,369; 1,643 / 3,369 = 0,488 que l'on arrondit à 0,49.

Table I

Matériau	Densité	Facteur de correction de pas
Aluminium	2,70	0,49
Zinc	7,14	0,79
Etain	7,29	0,80
Acier	7,85	0,83
Bronze	8,00	0,84
Cuivre	8,90	0,89
Plomb	11,35	1,00
Carbure de tungstène	18,00	1,26
Uranium	18,70	1,28

Facteur de correction = pas utilisé pour une balle en matériau différent / pas avec balle plomb

La Table I est une liste de différents matériaux avec leur densité et un "facteur de correction de pas", permettant de calculer le nouveau pas requis pour le même facteur de stabilisation comparé à une balle en plomb pur. En se reportant au facteur de correction de pas de la Table I, si une balle de plomb nécessite un pas de 10 pouces au tour pour être stabilisée, une balle en aluminium de même profil nécessitera un pas de 5 pouces au tour qui fera tourner la balle deux fois plus vite (10 * 0,49 = 4,9 arrondi à 5), pour obtenir une stabilité identique. Plusieurs fabricants produisent maintenant des balles monobloc en bronze ou en cuivre. Ces balles sont un peu plus légères que des balles similaires en plomb et sont de ce fait moins stables pour un même pas de rayures.

L'équation du Facteur de Stabilité comporte également au dénominateur un terme pour la densité de l'air qui est le milieu au travers duquel le projectile est sensé se déplacer.

On peut donc en conclure qu'une balle est moins stable dans une atmosphère dense. A une même altitude, une balle marginalement stable par une chaude journée d'été peut être instable par une froide journée d'hiver. Cette relation explique aussi pourquoi les balles ont tendance à basculer à l'impact sur un animal. En admettant que la densité d'un tissu animal se rapproche de celle de l'eau et que l'eau est environ 1000 fois plus dense que l'air, la balle est substantiellement moins stable dans l'eau.

La stabilité d'un projectile dans l'eau comparée à l'air serait donc approximativement 1000 fois moindre. Pour être stable dans l'eau, la balle nécessiterait un pas 32 fois plus rapide que celui requis pour être stable dans l'air, puisque la racine carrée de 1000 est environ 32.

Dans l'analyse qui précède, l'angle de lacet, a, était considéré comme faible et, pour des projectiles correctement guidés, il doit non seulement être faible quand la balle sort de la bouche du canon mais aussi s'amortir ensuite et donc diminuer. Que la balle heurte tangentiellement une petite branche d'arbre et l'angle de lacet va brutalement augmenter et la stabilité du projectile diminuer d'autant. Le basculement des projectiles à la sortie d'une traversée de broussailles a été expérimenté par nombre de chasseurs ayant essayé de tirer du gibier au travers de la végétation. Lorsque l'on a le choix entre un 458 Winchester magnum avec un pas de 14" au tour et un 45-70 avec un pas de 20" au tour, le chasseur ayant choisi le 458 (avec le même projectile) bénéficiera d'une balle deux fois plus stable, moins sujette à déflexion dans la broussaille et offrant une pénétration plus rectiligne et plus profonde dans le gibier.

Table II

Augmentation de ce paramètre	Effet sur la stabilité de la balle
Densité de la balle	Augmentation
Diamètre de la balle	Forte augmentation (1)
Densité de la cible	Diminution
Température de l'air	Augmentation
Altitude	Augmentation
Longueur du pas des rayures	Forte diminution (2)
Longueur de la balle	Forte diminution (3)
Angle de lacet a	Diminution
Coefficient de portance ou de traînée	Diminution

(1) Doubler le diamètre de la balle augmente la stabilité par un facteur 16.
(2) Doubler la longueur du pas des rayures diminue la stabilité par un facteur 4.
(3) Doubler la longueur de la balle diminue la stabilité d'un facteur 4.

La Table II résume les relations entre le Facteur de Stabilité (stabilité du projectile) et les divers paramètres balistiques.

Informations complémentaires

Densité

La masse volumique d'un matériau est définie comme étant sa masse par unité de volume (ex : la masse volumique de l'eau est de 1 000 kg par m^3).

La densité g (gamma) d'un matériau est le quotient de sa masse volumique par la masse du même volume d'eau.

Pour un objet dont le volume est irrégulier ou inconnu, voici une méthode simple, pratique et vieille comme le monde ou presque pour mesurer sa densité :

- Peser l'objet de façon habituelle et appeler cette valeur Wa.
- Peser l'objet pendant qu'il est immergé dans de l'eau distillée en le suspendant à la balance par un fil et appeler cette valeur Wb. Cette valeur est la valeur Wa soulagée de la poussée d'Archimède appliquée à l'objet, soit Wa moins la masse de l'eau contenue dans un volume équivalent à celui de l'objet.

• La densité γ de l'objet est :

$$\gamma = \frac{Wa}{Wa - Wb}$$

Centre de gravité

La position du centre de gravité d'une balle le long de son axe longitudinal peut être défini de façon intuitive comme étant son point d'équilibre. Une manière de déterminer le centre de gravité est de soigneusement repérer où est le point d'équilibre lorsque la balle est posée sur le tranchant d'une lame.

Pendule de torsion

Bien que le moment d'inertie d'une balle puisse être calculé si son profil est exactement connu, il est plus facile pour des profils inconnus (par exemple les ogives pointues avec un nez non conique) de mesurer Ixx et Iyy en utilisant un pendule de torsion. Un pendule conventionnel utilise un poids suspendu qui se balance. Le poids suspendu d'un pendule de torsion tourne alternativement sur lui-même.

Un pendule de torsion est donc un appareil oscillatoire qui tourne à fréquence constante quand le poids est suspendu par un fil. Pour une balle, le fil sera collé dans un petit trou percé dans la balle et passant par son centre de gravité. La balle une fois suspendue, il lui est soigneusement appliqué une petite rotation angulaire et on la laisse librement osciller autour de son centre de gravité. Si le diamètre et la longueur du fil sont appropriés, la balle va osciller à une fréquence relativement constante qui peut être mesurée en comptant le nombre de cycles oscillatoires pendant une période d'au moins une minute, même si l'amplitude de chaque cycle diminue avec le temps à cause des forces de frottement.

La fréquence de l'oscillation (nombre d'oscillations par unité de temps; cycles/s) est indépendante de l'amplitude et dépend uniquement de la résistance du fil à la torsion et du moment d'inertie du projectile. Plutôt que de calculer la résistance du fil à la torsion, je choisis une longueur convenable de fil de cuivre ou d'acier qui donne une fréquence raisonnable, F, avec une masse ayant un moment d'inertie connu, J. La masse inconnue, Ji , est alors substituée et une fréquence différente, Fi , est observée. Le moment d'inertie de la masse inconnue est :

$$Ji = J\,(F/Fi)^2$$

Ce qui veut dire que si la fréquence de la masse inconnue est le double de celle de la masse connue, le moment d'inertie inconnu est le quart du moment d'inertie connu.

La masse étalon que j'utilise est toujours un cylindre, usiné au tour, de diamètre d, avec un petit trou central dans lequel je colle le fil à l'époxy. Le moment d'inertie de ce cylindre (selon l'axe longitudinal) est :

$$j = \frac{W * d^2}{8 * G}$$

où :

• G = 386 pouces/seconde² (au niveau de la mer).

• W = poids en livres.

• d = diamètre en pouces.

$$j = \frac{W * d^2}{3\,088} \text{ en pouces/livre/seconde}^2$$

Si W est en grains :

$$j = \frac{W * d^2}{21\,600\,000} \text{ en pouces/livre/seconde}^2$$

Noter que les moments d'inertie dans les équations de l'article sont désignées Ixx et Iyy. Leur équivalent dans les équations ci-dessus est J.

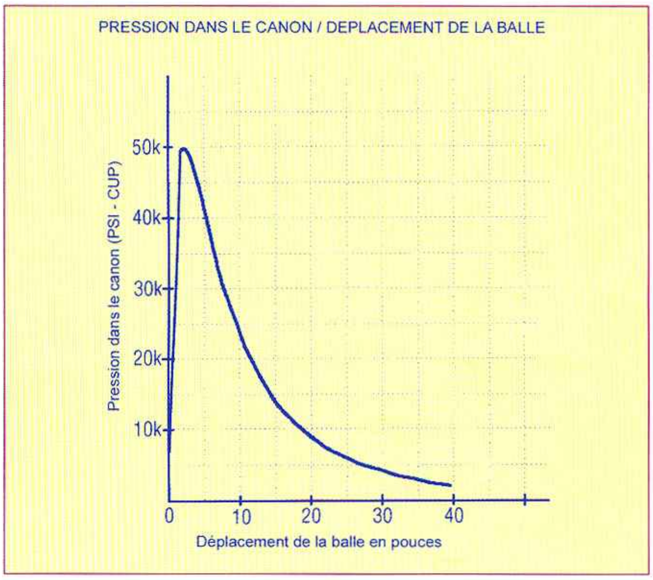
En métrique, on aura :

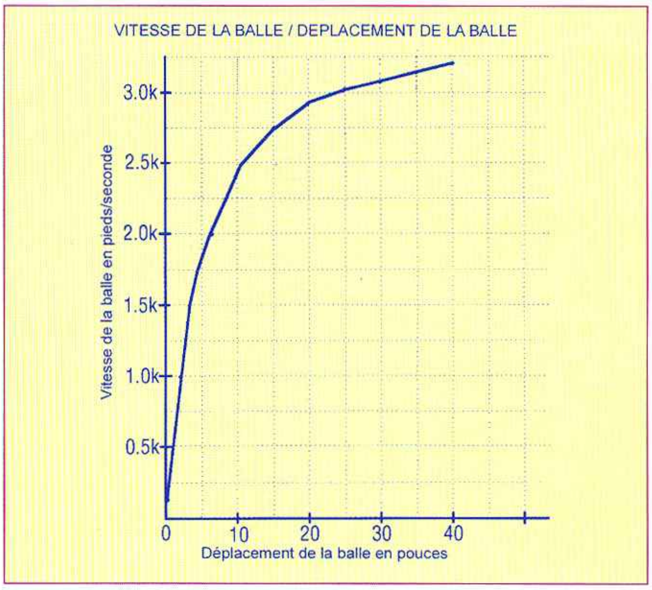
• G = 9,81 m/s².

• W = poids en kg.

• d = diamètre en mètres.

Le résultat sera en mètres.newton.





*Note sur les graphiques de balistique interne (déplacement de la balle à l'intérieur du canon) : un pied = 0,3048 mètre, 1 pouce = 2,54 cm. Le k dans les graphiques indique qu'il faut multiplier les valeurs par 1000. Dans le graphique des pressions 50k signifie 50 000 PSI mesurés en CUP (copper unit of pressure, mesure de pression effectuée à l'aide d'un crusher) convertis en PSI (pound/square inch, environ 3 500 bars). Dans le graphique des vitesses 2.5k signifie 2 500 (2 500 feet/second * 0,3048 m = 762 m/s).*

Bibliographie :

1. Hausman and Slack, Physics, Van Nostrand Co., Inc, NY.
2. Hayes, Elements of Ordnance, John Wiley and Sons, Inc, NY, Chapitre X.
3. Kelley, Reno and McShane, Exterior Ballistics, University of Denver Press, Chapitres II et IV.
4. Julian S. Hatcher, Hatcher's Notebook, Stackpole, Chapitre XXII.